

函数与导数的 综合运用

WEEK 09 · 2026 / 10 / 30 · SUGGESTED 12 MIN

题目

已知函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ 。

- (1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性；
- (2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 3]$ 上的最大值与最小值。

先独立思考，再对照下一页的解析。请保留原始步骤，尤其关注自己是如何处理驻点与区间端点的。

本题考点

导数计算、导函数符号与单调性的关系、闭区间上函数最值的比较。

WORK SPACE

作答区

SOLUTION

参考解析

(1) 求导得：

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$$

令 $f'(x) = 0$ ，得 $x = 0$ 或 $x = 2$ 。

当 $x < 0$ 时， $f'(x) > 0$ ；当 $0 < x < 2$ 时， $f'(x) < 0$ ；当 $x > 2$ 时， $f'(x) > 0$ 。

因此， $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, 2)$ 上单调递减，在 $(2, +\infty)$ 上单调递增。

CLOSED INTERVAL

区间最值

比较区间端点和区间内的极值点：

$$f(0) = 2, \quad f(2) = -2, \quad f(3) = 2$$

所以， $f(x)$ 在区间 $[0, 3]$ 上的最大值为 2，最小值为 -2。

评分提醒

单调区间必须写清楚；求闭区间最值时，端点函数值不能遗漏。若计算出错但过程完整，仍可能获得相应过程分。

REFLECTION

反思记录

1. 我是否准确求出导函数并正确判断符号？
2. 我是否比较了所有候选点的函数值？
3. 下一次遇到闭区间最值问题，我的第一步是什么？
